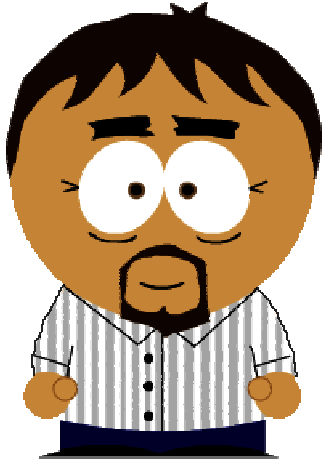


# Unità 1

## I Numeri Relativi

# I Numeri Relativi



All'inizio della prima abbiamo introdotto i numeri naturali:

E quattro operazioni basilari per operare con essi

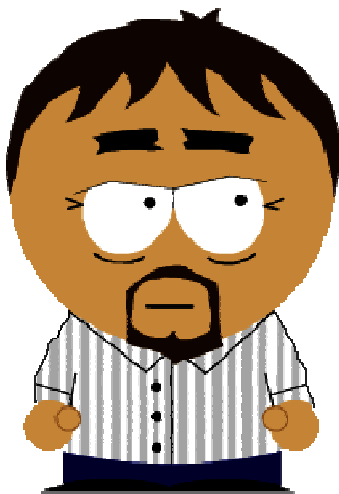
+        :        -        :

Ci siamo però accorti che la somma e la moltiplicazione tra questi numeri possono sempre essere fatte

$$3 : 2 = 6 \quad 4 + 15 = 19 \quad 6 : 3 = 18 \quad 6 + 2 = 8$$

E, a volte, anche la sottrazione e la divisione....

$$10 - 7 = 3 \quad 12 : 3 = 4 \quad 6 - 3 = 3 \quad 100 : 2 = 50$$



Alle volte però (anzi troppo spesso) la sottrazione e la divisione non potevamo farle con quei numeri "troppo semplici"

$$5 : 2 = ? \quad 12 : 5 = ? \quad 3 - 6 = ? \quad 8 - 10 = ?$$

**Come risolvere il problema???**

# I Numeri Relativi



Abbiamo quindi introdotto i numeri decimali, o razionali creati proprio dalla divisione di due numeri naturali

$$5:2=2,5 \quad 12:5=2,4$$

E abbiamo imparato a scriverli e a operare con essi tramite frazioni

$$5:2=2,5= \frac{5}{2} \quad 12:5=2,4= \frac{12}{5}$$

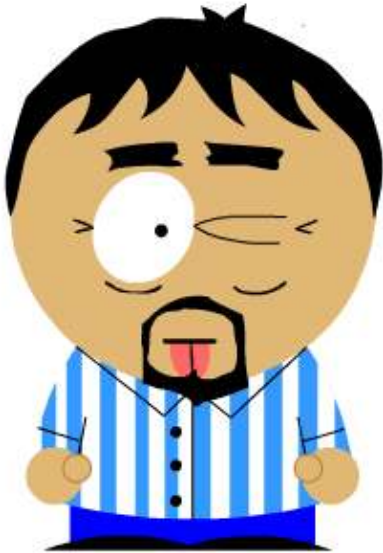
E li abbiamo ordinati nella retta dei numeri aggiungendoli ai numeri naturali



In particolare nell'intervallo tra due numeri naturali individuiamo dieci numeri decimali i cui intervalli sono a loro volta divisi in altri dieci e così via...



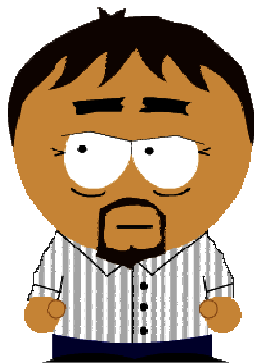
# I Numeri Relativi



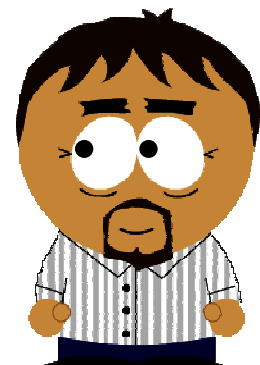
Di fatto è stato un po' come "barare" perché, non potendo fare tutte le divisioni coi numeri naturali, ci siamo "inventati" dei nuovi numeri coi quali fosse invece possibile.

Se poi ci pensate bene, scrivere un numero in frazione vuol proprio dire EVITARE di fare una divisione che ci dà problemi per lasciarla com'è....

$17:13=?$



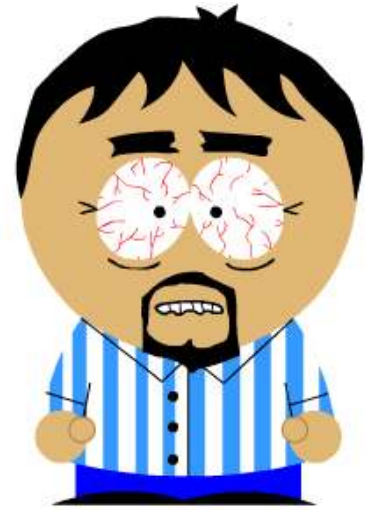
$$\frac{17}{13}$$



# I Numeri Relativi

Ma veniamo all'altro problema che vi *dovrebbe* assillare...

Sottrarre a un numero un altro numero più grande di lui...



$$5 - 9 =$$

0 ||| 1 ||| 2 ||| 3 ||| 4 ||| 5 ||| 6

Purtroppo nessuno dei numeri decimali appena inventati corrisponde alla soluzione di questa sottrazione...

Ma a che ci serve sottrarre a un numero un numero più grande di lui se meno che zero oggetti (merendine, soldi, telefonini...) non si possono avere in tasca?

Ecco alcuni esempi....

# I Numeri Relativi



Si scopre che il Milan ha comprato un arbitro e gli si vuol dare 3 punti di penalità a inizio anno... Come fare se è ancora a zero punti?

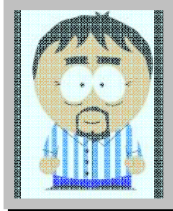
Il Milan deve giocare in casa con la Roma, all'inizio della partita ci sono  $5^{\circ}$  di temperatura, alla fine della partita la temperatura è scesa di  $7^{\circ}$ ... Quanti gradi ci sono?



Il padrone del Milan mi impone di versare 50 euro di tasse, ma io ho solo 20 euro... Quale è la mia situazione economica?

E' evidente che la soluzione di ognuno di questi problemi è un numero PIU' PICCOLO dello zero....

Piano 3



Piano 2

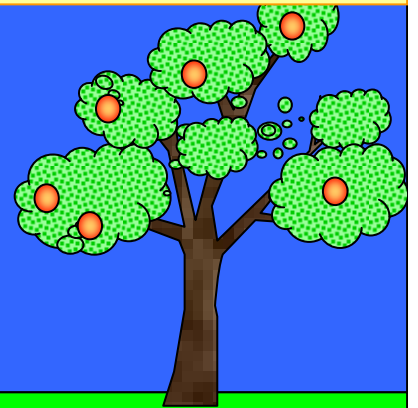
Piano 1

Se sono su un ascensore al terzo piano e scendo (sottraggo al piano cui sono) di cinque piani... Che succede?...  
 $3-5=???$  Proviamo....

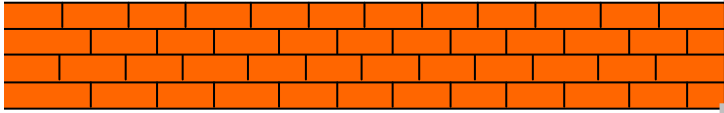
Piano 0 (pianterreno)

Piano -1 (interrato)

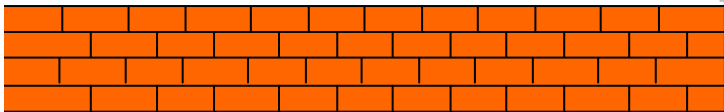
Piano -2 (interrato)



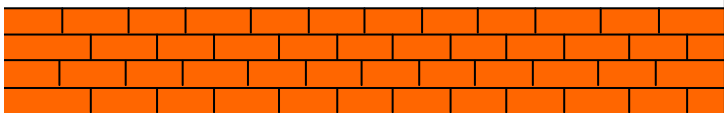
Piano 3



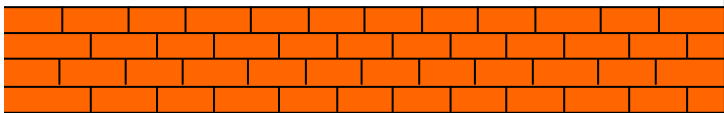
Piano 2



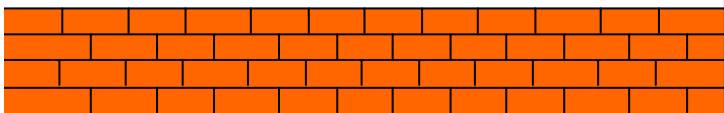
Piano 1



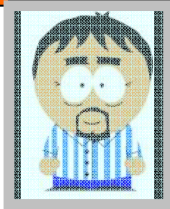
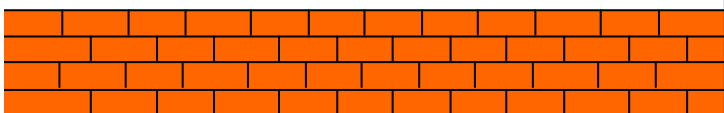
Piano 0 (pianterreno)



Piano -1 (interrato)

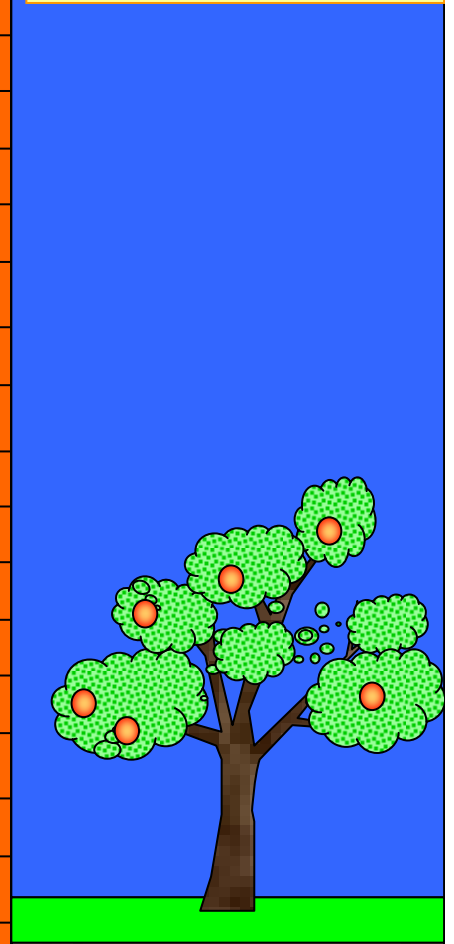


Piano -2 (interrato)



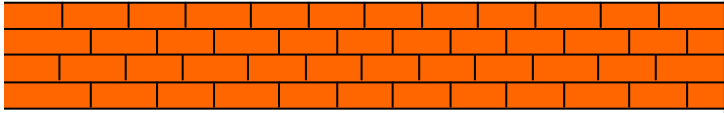
Scendo di un piano...

$$3-1=2$$

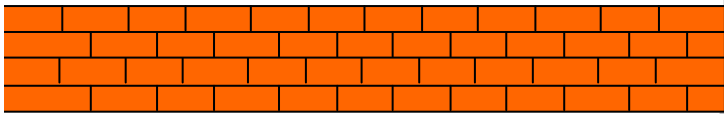




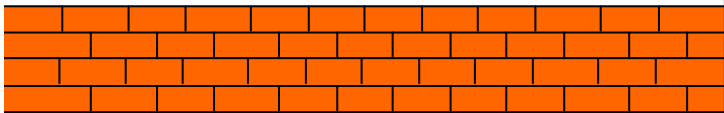
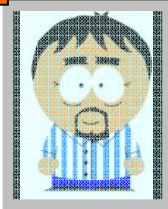
Piano 3



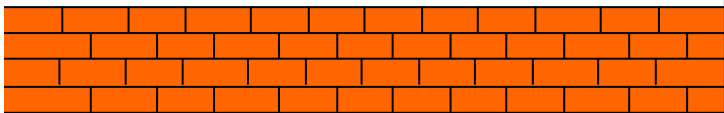
Piano 2



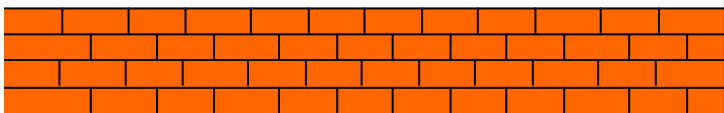
Piano 1



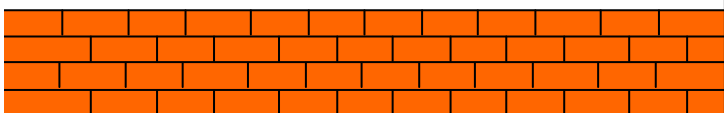
Piano 0 (pianterreno)



Piano -1 (interrato)

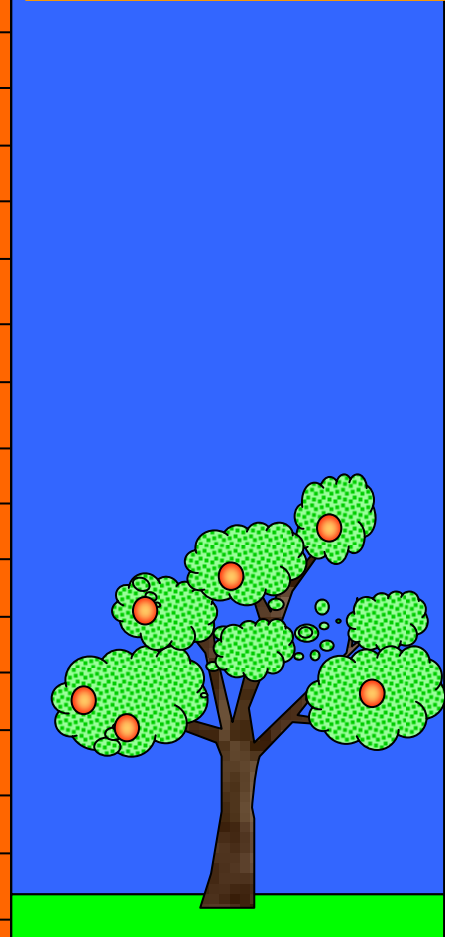


Piano -2 (interrato)

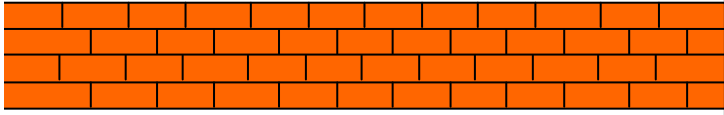


Scendo di 2  
piani...

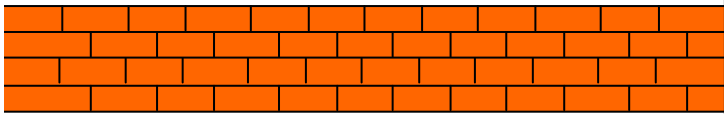
$$3-2=1$$



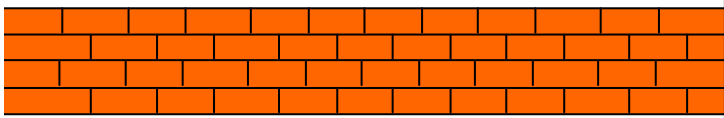
Piano 3



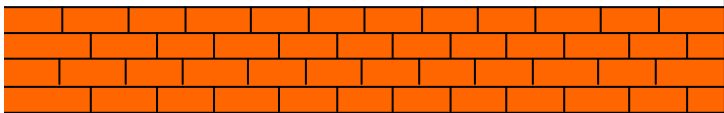
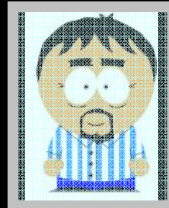
Piano 2



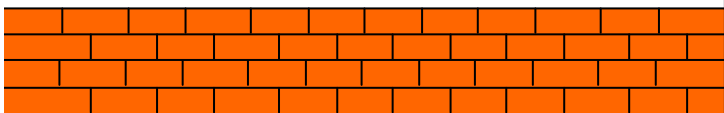
Piano 1



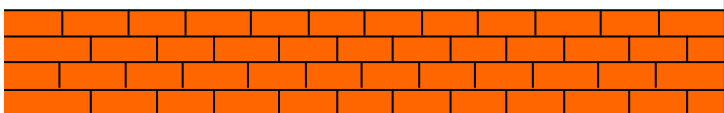
Piano 0 (pianterreno)



Piano -1 (interrato)

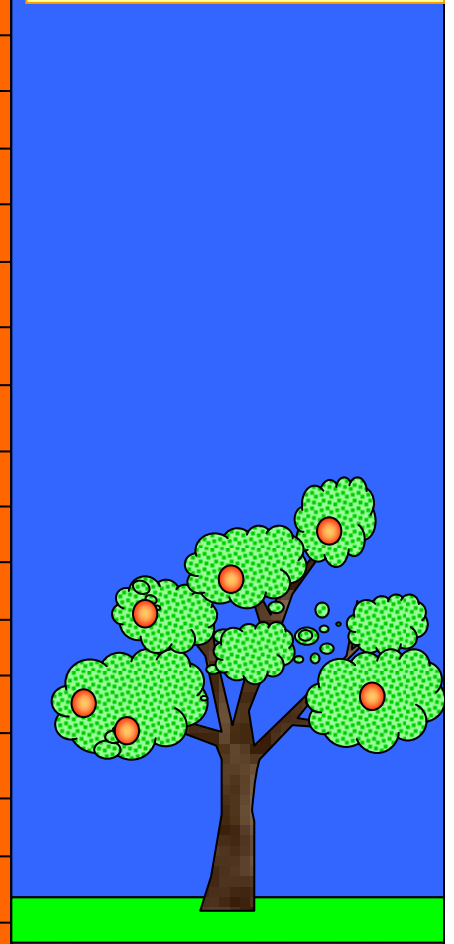


Piano -2 (interrato)

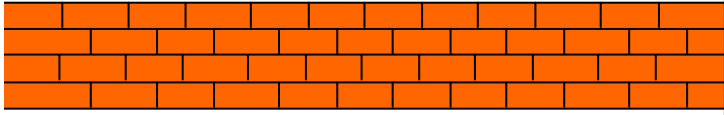


Scendo di tre piani...

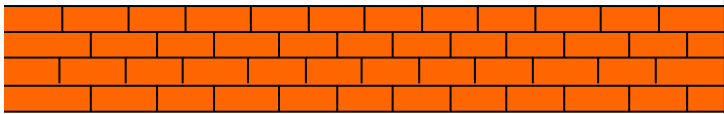
$$3-3=0$$



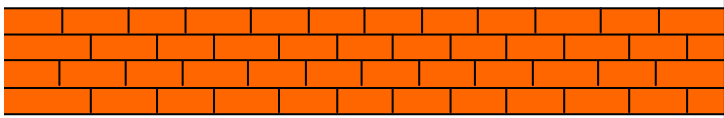
Piano 3



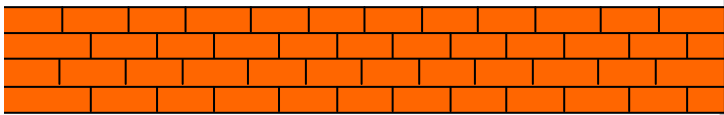
Piano 2



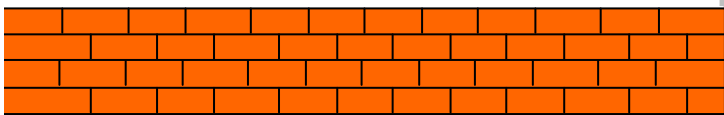
Piano 1



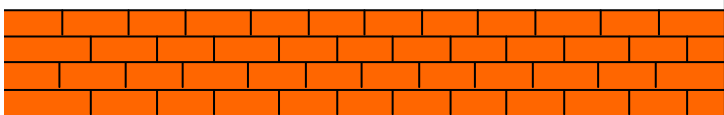
Piano 0 (pianterreno)



Piano -1 (interrato)

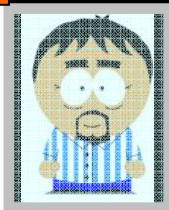
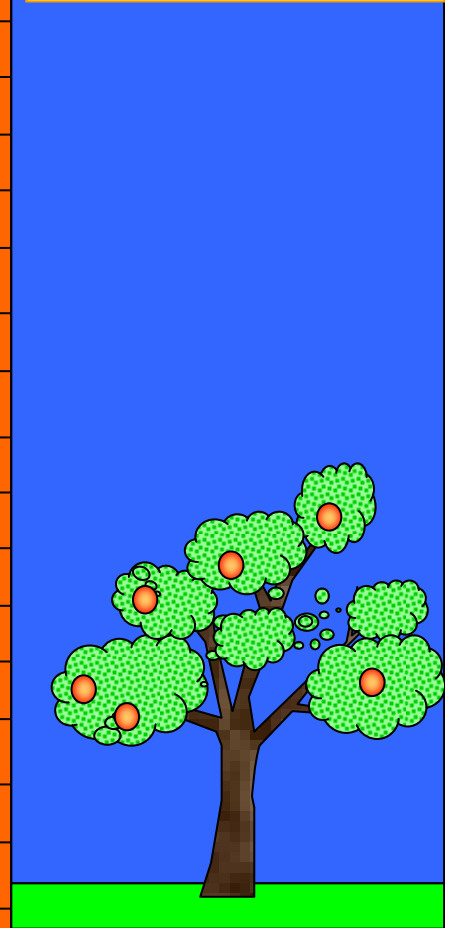


Piano -2 (interrato)

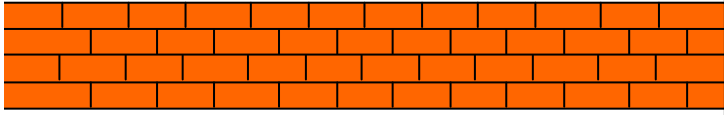


Scendo di quattro piani...

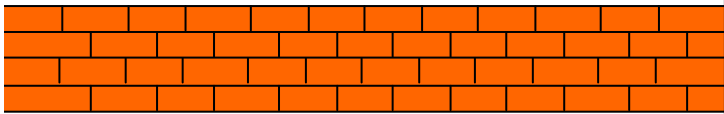
$$3 - 4 = -1 \text{ !!!!}$$



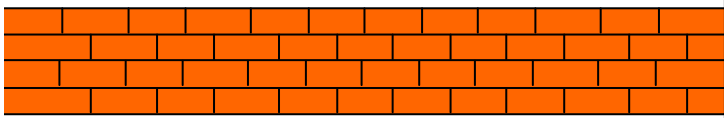
Piano 3



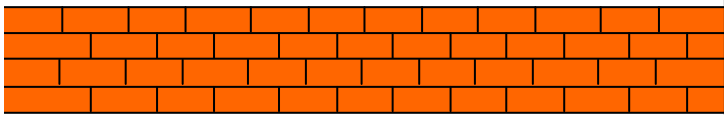
Piano 2



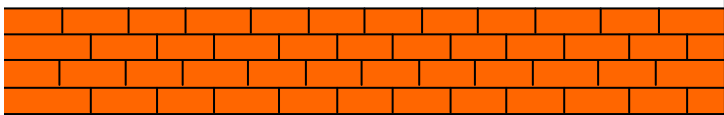
Piano 1



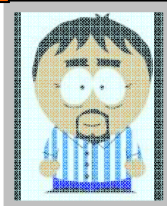
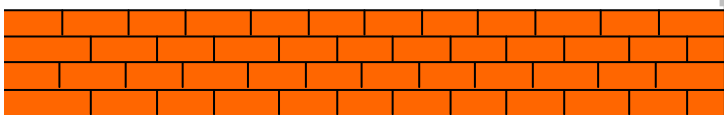
Piano 0 (pianterreno)



Piano -1 (interrato)

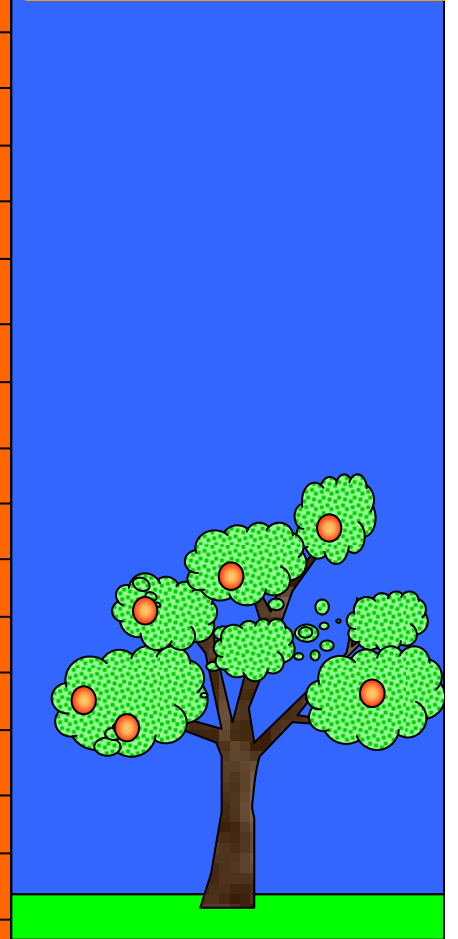


Piano -2 (interrato)



Scendo di cinque piani...

$$3-5=-2$$



# I Numeri Relativi

Ecco che di nuovo ci siamo letteralmente **INVENTATI** dei numeri per risolvere il problema, dei numeri che sono più piccoli di zero e che si indicano con un meno davanti



## ATTENZIONE!

E' chiaro che il piano 6 è più in alto del 3 ma il piano -6 è più in basso del piano -3!!!!

Quindi....

$$+6 > +3 \quad \text{MA} \quad -6 < -3$$

In realtà vale sempre la stessa regola... I numeri a destra sono più grandi dei numeri a sinistra e viceversa...

Andando verso destra i numeri crescono



Andando verso sinistra i numeri decrescono

## Esercizi sull'ordinamento

Ordina dal più piccolo al più grande i seguenti numeri relativi (laddove non ci sia segno si intende positivo)

a) 12   -3   0   -1   6   4   -8

b) 23   -15   -16   17   -1   0   +1

c) 2,3   2,7   -2,8   1,7   -1,1   1,8   -1,2

Sempre più difficile....

d)  $-\frac{1}{2}$    1    $\frac{1}{4}$    -2    $\frac{6}{4}$

e)  $-\frac{3}{2}$    -2    $-\frac{1}{4}$    3    $\frac{9}{2}$

Sfida sadica....

f)  $-\frac{18}{10}$    -2    $-\frac{9}{5}$    1    $\frac{7}{4}$     $-\frac{7}{3}$     $\frac{6}{5}$

# I Numeri Relativi



Finalmente possiamo festeggiare la soluzione dei problemi che prima non potevamo risolvere...

**INFATTI**

Si scopre che il Milan ha comprato un arbitro e gli si vuol dare 3 punti di penalità a inizio anno... Come fare se è ancora a zero punti?

**Agli 0 punti iniziali del Milan verranno tolti tre punti:**

**$0-3=-3$  (ripensate ai piani e all'ascensore)**

**Il Milan partirà da -3 punti (dovrà vincere una partita per arrivare a zero)**

Il Milan deve giocare in casa con la Roma, all'inizio della partita ci sono  $5^{\circ}$  di temperatura, alla fine della partita la temperatura è scesa di  $7^{\circ}$ ... Quanti gradi ci sono?

**Ai  $5^{\circ}$  iniziali ne vanno sottratti 7:**

**$5-7=-2$**

**La temperatura sarà due gradi sotto zero**

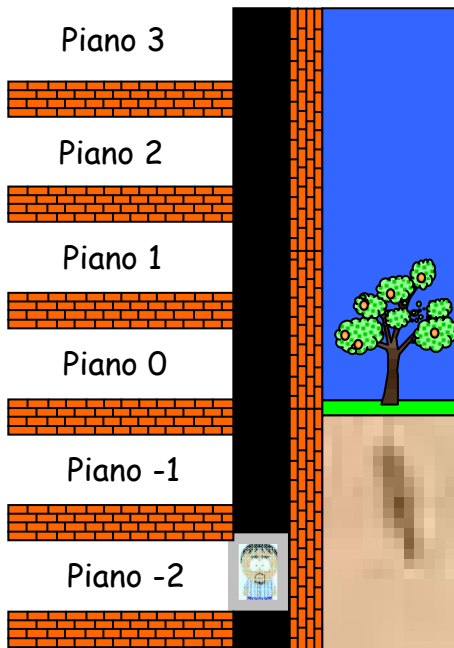
Il padrone del Milan mi chiede di versare 50 euro di tasse, ma io solo 20 euro... Quale è ora la mia situazione economica?

**Ai miei 20 E devo sottrarre 50 E**

**$20-50=-30$**

**In pratica ho un DEBITO verso lo stato di 30 Euro**

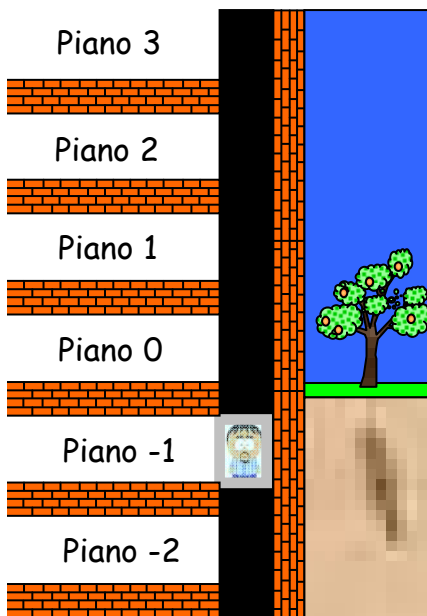
Un discorso simile vale chiaramente anche per la somma...



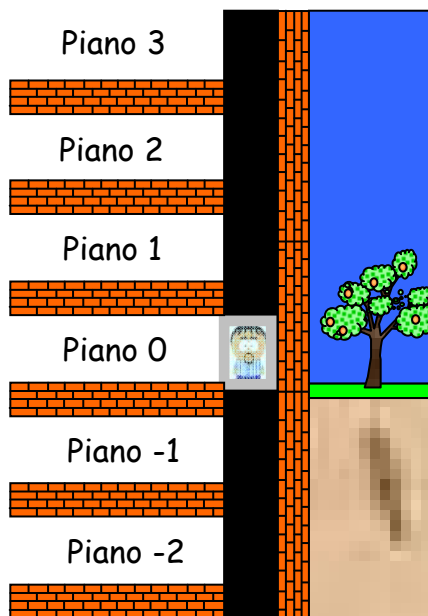
$$-2+3=?$$

Devo salire di tre piani dal secondo sottosuolo...

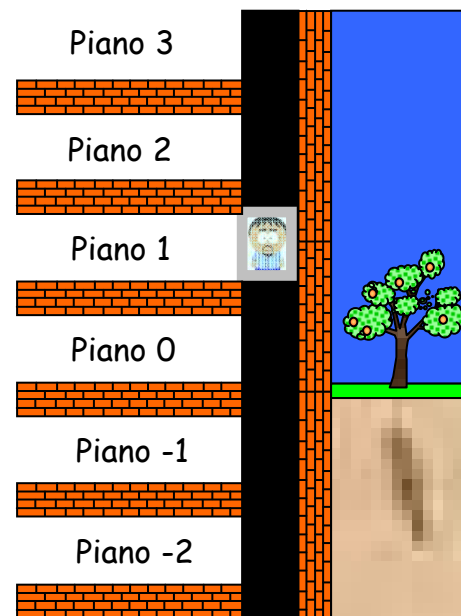
Salgo di uno...



Salgo di due...



Salgo di tre...



$$-2+3=+1$$



# Esercizi su somma e sottrazione

- a) Mi sveglio con 20 euro in tasca, devo pagare l'abbonamento dell'autobus. Vado in debito? Di quanto? Quindi quanti euro ho?
- b) Oggi fa freddo, ci sono  $3^{\circ}$ , ma stanotte la temperatura scenderà di altri 5. Che temperatura avremo domattina?
- c) Stamani fa un gran freddo ci sono  $-4^{\circ}$  meno male che il sole farà aumentare la temperatura di  $10^{\circ}$ . Quindi a mezzogiorno avremo...
- d) Sono al quinto piano sotto terra, prendo un ascensore, salgo 14 piani e mi trovo in cima all'edificio. Quanti piani ha?

Sempre più difficile....

e) Ho un debito di 97 euro e devo anche comprare un panino che costa 2 euro (sennò muoio). Se alla fine della giornata però trovo in terra 100 euro qual'è il mio bilancio finale?

Sfida sadica....

f) Dopo cinque giornate il Milan ha 7 punti, ma per una irregolarità si infligge una penalità di 18 punti. Dopo tre giorni il Milan fa ricorso e si toglie una penalità di 9 punti. Quanti punti ha ora il Milan?

## E per finire un po' di calcoli....

a)  $6-9=$        $-3+8=$        $-2+2=$        $3-1=$

b)  $14-21=$        $3+15=$        $-4-23=$        $-1-1=$

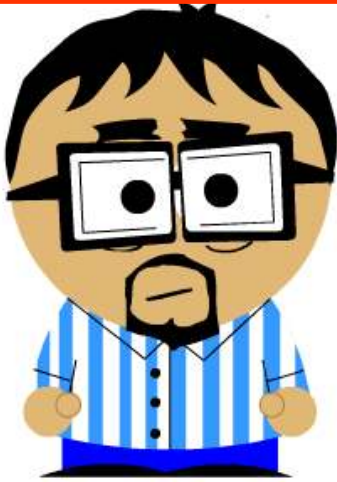
c)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$        $-\frac{3}{5} - \frac{3}{8}$        $-\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$

d)  $\frac{5}{4} - \frac{120}{50}$        $-\frac{6}{5} - \frac{9}{2}$        $-\frac{6}{4} + \frac{1}{3}$

### Sfida sadica....

e)  $\frac{10}{14} - \frac{88}{20} + \frac{2}{5} - \frac{9}{7} - \frac{21}{49}$

# I Numeri Relativi



Ora fermiamoci un attimo a guardare bene questi numeri....

Abbiamo creato questi numeri (i numeri relativi) per poter fare tutte le sottrazioni. Si tratta di un nuovo insieme di numeri che racchiudono i vecchi numeri più grandi dello zero, lo zero e dei nuovi numeri più piccoli di zero (i numeri negativi).

## ATTENZIONE QUINDI!

Adesso avremo due diversi numeri 20 (+20 e -20) due diversi 5 (+5 e -5) e così via per tutti i numeri

Da oggi per ogni numero dovrà essere specificato se esso è positivo (+) o negativo (-)

Il + o il - davanti a un numero è quindi una sua caratteristica fondamentale e prende il nome di **SEGNO**  
Il numero dopo il segno prende il nome di **VALORE ASSOLUTO**



# ATTENTI AL SEGNO!!!!

Il segno è quasi più importante del valore assoluto, infatti la differenza tra +20 e +18 è molto minore che tra +20 e -20... Non ci credete?

Giulio chiama Linda...

Ciao Linda posso venire a studiare da te, a casa mia ci sono solo 18°...



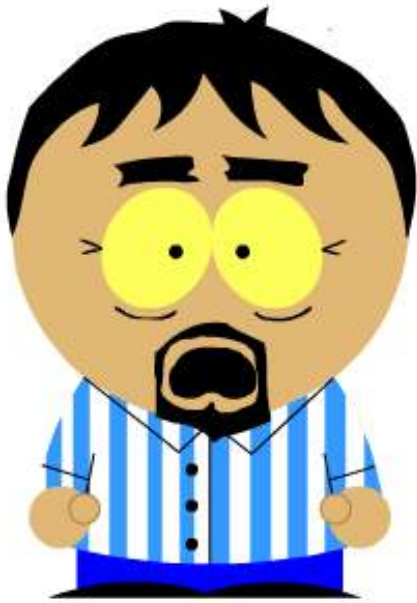
Vieni pure io ne ho 20...



Sotto zero...



# I Numeri Relativi



Ma allora qui si crea confusione!!!!

Perché adesso con + si intende sia l'operazione della somma, sia il segno di un numero, e la stessa cosa vale per il meno!!!!

Prendiamo l'esempio dei debiti e dei crediti....

I crediti sono i soldi che dobbiamo ricevere e hanno segno "+"

I debiti i soldi che dobbiamo dare e hanno segno "-"

Se mi dicono:

Ti svegli con un credito di 20 euro, poi la banca ti aggiunge un debito di 5 euro. Quanto ho?

Oppure

Ti svegli con un debito di 20 euro poi la banca ti toglie un credito di 5 euro. Quanto hai?

# ANALIZZIAMO CON CALMA I DUE PROBLEMI

Ti svegli con credito di 20 euro, poi la banca ti aggiunge un debito di 5 euro

Suddividiamo il problema

Ti svegli con credito di 20 euro...

Il credito sono soldi positivi quindi si parte con:

(+20)

poi la banca ti aggiunge.....

Aggiungere significa sommare quindi...

(+20) +

Un debito di 5 euro

Il debito sono soldi da dare quindi in negativo:

(+20) + (-5)

Ma cosa vuol dire "aggiungere un debito"?

Significa di togliere dei soldi.... Quindi

(+20)+(-5) corrisponde a

+20-5

Che fa 15 euro, i soldi che mi ritrovo...

# I Numeri Relativi

Allo stesso modo:

Ti svegli con un debito di 20 euro poi la banca ti toglie un credito di 5 euro. Quanto hai?

Si è detto che il debito sono soldi negativi quindi si parte con:

$(-20)$  poi la banca ti toglie.....

Sapete benissimo che togliere significa sottrarre quindi...

$(-20) -$  Un credito di 5 euro

Si è detto che il credito sono soldi da avere quindi in positivo:

$(-20) - (+5)$

Ma cosa vuol dire "togliere un credito"?  
Significa di nuovo togliere dei soldi.... Quindi  
 $(-20) - (+5)$  corrisponde a  
 $-20 - 5$   
Che fa  $-25$  euro, i soldi che mi ritrovo...

# I Numeri Relativi

Ti svegli con un credito di 20 euro poi la banca ti aggiunge un credito di 5 euro. Quanto hai?

$(+20)+(+5)$  aggiungere un credito significa sommare soldi

$$+20+5=25 \text{ (due + consecutivi danno +)}$$

Ti svegli con un credito di 20 euro poi la banca ti aggiunge un debito di 5 euro. Quanto hai?

$(+20)+(-5)$  aggiungere un debito significa togliere soldi

$$+20-5=15 \text{ (un + e un - consecutivi danno un meno)}$$

Ti svegli con un credito di 20 euro poi la banca ti toglie un credito di 5 euro. Quanto hai?

$(+20)-(+5)$  togliere un credito significa togliere soldi

$$+20-5=15 \text{ (un - e un + consecutivi danno un meno)}$$

Ti svegli con un credito di 20 euro poi la banca ti toglie un debito di 5 euro. Quanto hai?

$(+20)-(-5)$  togliere un debito significa dare dei soldi

$$+20+5=25 \text{ (due - consecutivi danno +)}$$



# I Numeri Relativi

## RIASSUMENDO:

$$(+20)+(+5)=20+5$$

$$+ + = +$$

$$(+20)+(-5)=20-5$$

$$+ - = -$$

$$(+20)-(+5)=20-5$$

$$- + = -$$

$$(+20)-(-5)=20+5$$

$$- - = +$$

Con questa regola possiamo quindi eliminare la "confusione" tra le operazioni e i segni che caratterizzano i numeri. Si può tornare a operare come nei primi esercizi con la temperatura o i piani dell'ascensore...

## Di nuovo calcoli....

a)  $+(-3)-(-4)+[-(5)+(+2)]=$

b)  $-[-3+(+2-6)+(-2)]-(-1)=$

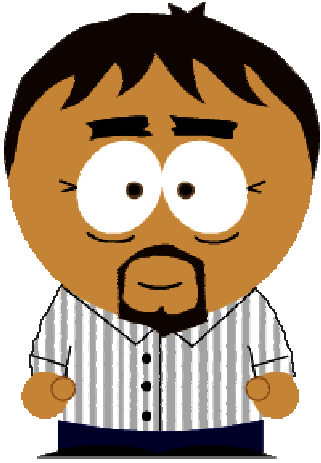
c)  $+ \left( + \frac{10}{6} \right) + \left( - \frac{3}{5} \right) - \left( - \frac{35}{21} \right) + \left( - \frac{100}{50} \right)$

d)  $+ \left( - \frac{77}{22} \right) - \left( - \frac{7}{4} \right) + \left( + \frac{28}{21} \right) + \left( - \frac{8}{6} \right)$

e) Ho 27 euro mi viene aggiunto un debito di 30 euro. Quanto ho?

f) Mi sveglio senza una lira, trovo 10 euro per strada, poi la banca mi aggiunge un interesse di 20 euro di credito. Poi però l'azienda del gas mi aggiunge un debito di 50 euro, ma la mamma mi toglie un debito di 20 euro. Quanto ho alla fine?

# I Numeri Relativi



Risolto il problema della somma e l'addizione, ci rimane soltanto la moltiplicazione e la divisione....

Con i numeri positivi già sapete operare dalle elementari....

$$(+3):(+2)=+6$$

$$(+8):(+4)=+2$$

Ma come fare le seguenti?

$$(-3):(+2)=?$$

$$(-8):(+4)=?$$

$$(+3):(-2)=?$$

$$(+8):(-4)=?$$

$$(-3):(-2)=?$$

$$(-8):(-4)=?$$

# I Numeri Relativi

Prendiamo la prima.....

$$(-3):( +2)=$$

Sappiamo che  $-3$  è un debito, cioè denaro tolto. Sappiamo anche che togliere denaro equivale a sottrarre un credito.

Il  $(-3)$  quindi è equivalente a un  $-(+3)$   
Sostituiamo quindi  $-(+3)$  a  $(-3)$  nell'espressione di prima

$$-(+3):( +2)=$$

L'espressione chiaramente non è cambiata nel valore finale perché ho sostituito tra loro due valori identici. Come vedete però adesso è tornato  $(+3):( +2)$  che sapete risolvere.  
Facciamo quindi prima questo....

$$-[(+3):( +2)]=- [+6]$$

Ma sapete ormai bene che togliere un credito di 6 euro corrisponde a togliere 6 euro quindi....

$$- [+6] = -6 \quad \longrightarrow \quad (-3):( +2) = -6$$

# I Numeri Relativi

Lo stesso ragionamento vale per la divisione...

$$\begin{aligned}(-8):( +2) &= \\-( +8):( +2) &= \\-[( +8):( +2)] &= \\-[ +4] &= \\-4 & \end{aligned}$$

Con simili ragionamenti, che non presento qui potremmo risolvere tutte le moltiplicazioni e divisioni tra numeri relativi.

Vediamo quali sono però le regole finali

Regola:

$$( +A):( +B)=+(A:B)$$

$$( +A):( -B)=- (A:B)$$

$$( -A):( +B)=- (A:B)$$

$$( -A):( -B)=+(A:B)$$

Esempio:

$$( +3):( +2)=+6$$

$$( +3):( -2)=-6$$

$$( -3):( +2)=-6$$

$$( -3):( -2)=+6$$

# I Numeri Relativi

RISCRIVIAMO QUINDI LA REGOLA AUREA DEI SEGNI:

$$+ \times + = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ \times - = -$$

$$+ : - = -$$

$$- \times + = -$$

$$- : + = -$$

$$- \times - = +$$

$$- : - = +$$

Per fare una moltiplicazione o una divisione tra numeri relativi quindi... Prima si trova il segno del risultato

$$(-4) \times (+5) = \dots$$

Che per la regola dei segni viene negativo....

$$(-4) \times (+5) = -$$

Poi si fa il prodotto o la divisione dei valori assoluti (i numeri)... Che in questo caso fa 20... Quindi...

$$(-4) \times (+5) = - 20$$

## E per finire... Di nuovo calcoli....

a)  $(-5) \times (-2) =$ ;       $(+3) \times (-4) =$ ;       $(-1) \times (-1) =$

b)  $(-7) \times (+3) =$ ;       $(-1) \times 0 =$ ;       $(+2) \times (+3) =$

c)  $-[(-2) + (-3) \times (-4)] =$ ;       $[(-1) - (-8) : (-2)] \times (+2) =$

d)  $-[(+120) : (-40) \times (-2)] - [(-3) - (-1) \times (-4)] =$